Prof. Dr. Alfred Toth

Grundlegung einer ontisch-semiotischen Kategorietheorie

1. Im Anschluß an Toth (2015a, b) gehen wir aus von der Isomorphie der semiosisch (d.h. nicht-entitätisch, vgl. Bense 1983, S. 50) definierten Zeichen- und Systemrelation

$Z = ((M \rightarrow O) \rightarrow ((O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O \ \rightarrow I)))$
$\cong$
$S = [R[O, T], [[R[T, S], R[O, T, S]]],$

die ihrerseits in die drei ontisch-semiotischen Teilisomorphien

$R[O, T] \cong R[M, O]$

$R[T, S] \cong R[O, I]$

$R[O, T, S] \cong R[M, O, I]$

zerfällt.

2. Sei nun, wie bereits in Toth (1997, S. 21 ff.) definiert

$\alpha := (.1. \rightarrow .2.)$

$\beta := (.2. \rightarrow .3.)$.

Folglich haben wir weiter die konversen

$\alpha° := (.2. \rightarrow .1.)$

$\beta° := (.3. \rightarrow .2.)$,

die komponierten

$\beta\alpha = (.1. \rightarrow .3)$

$\alpha°\beta° = (.3. \rightarrow 1.)$

sowie natürlich die drei identitiven Morphismen

$id_1 = (.1. \rightarrow .1.)$

$id_2 = (.2. \rightarrow .2.)$

$id_3 = (.3. \rightarrow .3.)$.

Nun können wir vermöge der Teilisomorphien die kategorietheoretischen Abbildungen, die sowohl für semiotische Repräsentation als auch für ontische Präsentation gültig sind, wie folgt definieren.

$(M \rightarrow O)$

$(1.1) \rightarrow (2.1)$	:=	$[\alpha, id_1]$	$(1.2) \rightarrow (2.1)$	:=	$[\alpha, \alpha°]$
$(1.1) \rightarrow (2.2)$	:=	$[\alpha, \alpha]$	$(1.2) \rightarrow (2.2)$	:=	$[\alpha, id_2]$
$(1.1) \rightarrow (2.3)$	:=	$[\alpha, \beta\alpha]$	$(1.2) \rightarrow (2.3)$	:=	$[\alpha, \beta]$

$(1.3) \rightarrow (2.1) \quad := \quad [\alpha, \alpha°\beta°]$

$(1.3) \rightarrow (2.2) \quad := \quad [\alpha, \beta°]$

$(1.3) \rightarrow (2.3) \quad := \quad [\alpha, id_3]$

$(O \rightarrow I)$

$(2.1) \rightarrow (3.1)$	:=	$[\beta, id_1]$	$(2.2) \rightarrow (3.1)$	:=	$[\beta, \alpha°]$
$(2.1) \rightarrow (3.2)$	:=	$[\beta, \alpha]$	$(2.2) \rightarrow (3.2)$	:=	$[\beta, id_2]$
$(2.1) \rightarrow (3.3)$	:=	$[\beta\ \beta\alpha]$	$(2.2) \rightarrow (3.3)$	:=	$[\beta, \beta]$

$(2.3) \rightarrow (3.1) \quad := \quad [\beta, \alpha°\beta°]$

$(2.3) \rightarrow (3.2) \quad := \quad [\beta, \beta°]$

$(2.3) \rightarrow (3.3) \quad := \quad [\beta, id_3]$

Für die triadischen Subrelationen sei daran erinnert (vgl. Toth 2015a), daß wir wegen der ontischen Präsentation, für welche keine trichotomisch-inklusive Ordnung wie für die semiotische Repräsentation gilt, von der Gesamtmenge der $3^3 = 27$ und nicht nur von den 10 triadisch-trichotomischen Relationen ausgehen müssen.

$(M \rightarrow O \rightarrow I)$

$(3.1, 2.1, 1.1) \quad := \quad [[\beta°, id_1], [\alpha°, id_1]]$

$(3.1, 2.1, 1.2) \quad := \quad [[\beta°, id_1], [\alpha°, \alpha]]$

$(3.1, 2.1, 1.3) \quad := \quad [[\beta°, id_1], [\alpha°, \beta\alpha]]$

$(3.1, 2.2, 1.1) \quad := \quad [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \alpha°]]$

$(3.1, 2.2, 1.2) \quad := \quad [[\beta°, \alpha], [\alpha°, id_1]]$

$(3.1, 2.2, 1.3) \quad := \quad [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]]$

$(3.1, 2.3, 1.1) \quad := \quad [[\beta°, \beta\alpha], [\alpha°\beta°, \alpha°\beta°]]$

$(3.1, 2.3, 1.2) \quad := \quad [[\beta°, \beta\alpha], [\alpha°, \beta°]]$

$(3.1, 2.3, 1.3) \quad := \quad [[\beta°, \beta\alpha], [\alpha°, id_3]]$

$(3.2, 2.1, 1.1) \quad := \quad [[\beta°, \alpha°], [\alpha°, id_1]]$

$(3.2, 2.1, 1.2) \quad := \quad [[\beta°, \alpha°], [\alpha°, \alpha]]$

$(3.2, 2.1, 1.3) \quad := \quad [[\beta°, \alpha°], [\alpha°, \beta\alpha]]$

$(3.2, 2.2, 1.1) \quad := \quad [[\beta°, id_2], [\alpha°, \alpha°]]$

$(3.2, 2.2, 1.2) \quad := \quad [[\beta°, id_2], [\alpha°, id_1]]$

$(3.2, 2.2, 1.3) \quad := \quad [[\beta°, id_2], [\alpha°, \beta]]$

$(3.2, 2.3, 1.1) \quad := \quad [[\beta°, \beta], [\alpha°\beta°, \alpha°\beta°]]$

$(3.2, 2.3, 1.2) \quad := \quad [[\beta°, \beta], [\alpha°, \beta°]]$

$(3.2, 2.3, 1.3) \quad := \quad [[\beta°, \beta], [\alpha°, id_3]]$

$(3.3, 2.1, 1.1) \quad := \quad [[\beta°, \alpha°\beta°], [\alpha°, id_1]]$

$(3.3, 2.1, 1.2) \quad := \quad [[\beta°, \alpha°\beta°], [\alpha°, \alpha]]$

$(3.3, 2.1, 1.3) \quad := \quad [[\beta°, \alpha°\beta°], [\alpha°, \beta\alpha]]$

$(3.3, 2.2, 1.1) \quad := \quad [[\beta°, \beta°], [\alpha°, \alpha°]]$

$(3.3, 2.2, 1.2) \quad := \quad [[\beta°, \beta°], [\alpha°, id_1]]$

$(3.3, 2.2, 1.3) \quad := \quad [[\beta°, \beta°], [\alpha°, \beta]]$

$(3.3, 2.3, 1.1) \quad := \quad [[\beta°, id_3], [\alpha°\beta°, \alpha°\beta°]]$

$(3.3, 2.3, 1.2) \quad := \quad [[\beta°, id_3], [\alpha°, \beta°]]$

$(3.3, 2.3, 1.3) \quad := \quad [[\beta°, id_3], [\alpha°, id_3]]$

Toth, Alfred, Grundlegung der ontisch-semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015a

Toth, Alfred, Die Zeichenrelation als Systemrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015b

23.2.2015